Guía Completa de Probabilidades: Casos y Diferencias

Introducción

La probabilidad es una rama de las matemáticas que estudia la posibilidad de que ocurran eventos inciertos. En esta guía aprenderás a distinguir entre los diferentes tipos de sucesos y situaciones probabilísticas que encontrarás en tus estudios.

---

1. Probabilidad Clásica (o de Laplace)

Definición

La probabilidad clásica se aplica cuando todos los resultados posibles son **igualmente probables**.

Fórmula

```
P(A) = Casos favorables / Casos totales posibles
```

Características clave

- Todos los resultados tienen la misma probabilidad
- Se conocen todos los casos posibles
- Experimento equiprobable

Ejemplos

- **Lanzar una moneda**: P(cara) = 1/2
- **Lanzar un dado**: P(obtener 3) = 1/6
- **Extraer una carta**: P(as de corazones) = 1/52

¿Cuándo usar probabilidad clásica?

✅ Cuando el problema menciona dados, monedas, cartas, bolas de colores en una urna
✅ Cuando todos los resultados son equiprobables
✅ Cuando puedes contar fácilmente los casos

---

2. Sucesos Independientes

Definición

Dos sucesos A y B son **independientes** cuando la ocurrencia de uno NO afecta la probabilidad del otro.

Fórmula

```
P(A ∩ B) = P(A) × P(B)
```

Características clave

- Un evento no influye en el otro
- La probabilidad de B es la misma, ocurra o no A
- Se multiplican las probabilidades

Ejemplos

- **Lanzar dos dados**: El resultado del primer dado no afecta al segundo
- **Extraer cartas con reposición**: Regresamos la carta antes del siguiente sorteo
- **Clima de días diferentes**: La lluvia de hoy no determina la de mañana

¿Cómo identificar independencia?

✅ El problema dice "con reposición"
✅ Son experimentos separados en tiempo/espacio
✅ Un resultado no da información sobre el otro

---

3. Sucesos Mutuamente Excluyentes (Incompatibles)

Definición

Dos sucesos A y B son **mutuamente excluyentes** cuando NO pueden ocurrir simultáneamente.

Fórmula

```
P(A ∩ B) = 0
P(A ∪ B) = P(A) + P(B)
```

Características clave

- Si ocurre A, entonces B no puede ocurrir
- La intersección es vacía
- Se suman las probabilidades para la unión

Ejemplos

- **En un dado**: Obtener número par Y obtener número impar
- **En una moneda**: Obtener cara Y obtener sello
- **Estudiante**: Aprobar Y reprobar el mismo examen

¿Cómo identificar sucesos excluyentes?

✅ Los eventos son opuestos
✅ No pueden pasar al mismo tiempo
✅ Cubren todas las posibilidades (eventos complementarios)

---

4. Probabilidad Condicional

Definición

La probabilidad condicional P(B|A) es la probabilidad de que ocurra B **dado que ya ocurrió A**.

Fórmula

```
P(B|A) = P(A ∩ B) / P(A)
```

Características clave

- Tenemos información previa (condición)
- Reduce el espacio muestral
- Se lee "probabilidad de B dado A"

Ejemplos

- **Extraer cartas sin reposición**: P(segunda carta es as | primera fue as)
- **Estudiantes**: P(aprueba matemáticas | estudia 5 horas diarias)
- **Clima**: P(llueve mañana | está nublado hoy)

¿Cuándo usar probabilidad condicional?

✅ El problema dice "dado que...", "sabiendo que...", "si ocurre..."
✅ Hay información previa que afecta el resultado
✅ Se extrae "sin reposición"

---

5. Tabla Comparativa de Diferencias

Tipo	Característica Principal	Fórmula	Palabras Clave
Clásica	Resultados equiprobables	P(A) = favorables/totales	"Equiprobable", "dado justo"
Independientes	Un evento no afecta al otro	$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$	"Con reposición", eventos separados
Excluyentes	No pueden ocurrir juntos	$P(A \cap B) = 0$	"O...o", eventos opuestos
Condicional	Se conoce información previa	$P(B\|A) = P(A \cap B)/P(A)$	"Dado que", "sabiendo que"

---

6. Estrategia para Resolver Problemas

Paso 1: Identifica el tipo de problema

- ¿Hay información previa? → **Condicional**
- ¿Los eventos pueden ocurrir juntos? → Si no: **Excluyentes**
- ¿Un evento afecta al otro? → Si no: **Independientes**
- ¿Todos los resultados son igualmente probables? → **Clásica**

Paso 2: Aplica la fórmula correspondiente

Paso 3: Verifica que tu respuesta tenga sentido

- Las probabilidades están entre 0 y 1
- Los eventos complementarios suman 1

Ejercicios de Práctica

1. Se lanza un dado justo. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número menor que 4?

a) 1/6 **b)** 1/2 **c)** 1/3 **d)** 2/3

2. Si A y B son eventos independientes con P(A) = 0.3 y P(B) = 0.4, entonces $P(A \cap B)$ es:

a) 0.7 **b)** 0.12 **c)** 0.1 **d)** 0.6

3. En una baraja de 52 cartas, si extraes una carta y es roja, ¿cuál es la probabilidad de que sea un corazón?

a) 1/4 **b)** 1/2 **c)** 1/13 **d)** 1/26

4. Los eventos "obtener número par" y "obtener número impar" al lanzar un dado son:

a) Independientes **b)** Dependientes **c)** Mutuamente excluyentes **d)** Condicionales

5. Se lanzan dos monedas. La probabilidad de obtener exactamente una cara es:

a) 1/4 **b)** 1/2 **c)** 1/3 **d)** 3/4

6. En una urna hay 5 bolas rojas y 3 azules. Se extrae una bola (sin reposición) y resulta roja. La probabilidad de que la siguiente también sea roja es:

a) 5/8 **b)** 4/7 **c)** 5/7 **d)** 1/2

7. $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.4$, y A y B son mutuamente excluyentes. Entonces $P(A \cup B)$ es:

a) 0.24 **b)** 1.0 **c)** 0.2 **d)** 0.8

8. Al lanzar tres dados, la probabilidad de que todos muestren el mismo número es:

a) 1/36 **b)** 1/216 **c)** 6/216 **d)** 1/6

9. Si $P(A|B) = 0.8$ y $P(B) = 0.5$, entonces $P(A \cap B)$ es:

a) 0.3 **b)** 0.4 **c)** 0.6 **d)** 1.3

10. En un grupo de estudiantes, 60% estudia matemáticas, 40% estudia física, y 20% estudia ambas. La probabilidad de que un estudiante elegido al azar estudie matemáticas o física es:

a) 1.0 **b)** 0.8 **c)** 0.6 **d)** 0.4

11. Se extrae una carta de una baraja estándar. Los eventos "obtener un as" y "obtener una carta roja" son:

a) Mutuamente excluyentes **b)** Independientes **c)** Dependientes **d)** Ninguna de las anteriores

12. La probabilidad de que llueva mañana es 0.3. La probabilidad de que llueva pasado mañana es 0.4. Si estos eventos son independientes, la probabilidad de que llueva ambos días es:

a) 0.7 **b)** 0.12 **c)** 0.58 **d)** 0.1

13. En una caja hay 10 pelotas: 6 blancas y 4 negras. Se extraen dos pelotas sin reposición. La probabilidad de que ambas sean blancas es:

a) 36/100 **b)** 1/3 **c)** 30/90 **d)** 15/45

14. Si $P(A) = 0.7$ y $P(A \cap B) = 0.3$, entonces $P(B|A)$ es:

a) 0.21 **b)** 3/7 **c)** 0.4 **d)** No se puede determinar

15. Al lanzar dos dados, la probabilidad de que la suma sea 7 es:

a) 1/6 **b)** 1/36 **c)** 6/36 **d)** 7/36

16. Los eventos A y B satisfacen $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.5$, $P(A \cup B) = 0.7$. Entonces $P(A \cap B)$ es:

a) 0.9 **b)** 0.2 **c)** 0.3 **d)** 0.1

17. En un examen de opción múltiple con 4 alternativas, si un estudiante responde al azar, la probabilidad de acertar exactamente 2 de 3 preguntas es:

a) 9/64 **b)** 8/64 **c)** 1/8 **d)** 1/4

18. Una moneda se lanza 4 veces. La probabilidad de obtener al menos una cara es:

a) 15/16 **b)** 1/16 **c)** 1/2 **d)** 3/4

19. Se selecciona un número al azar del 1 al 20. Dado que el número es par, la probabilidad de que sea divisible por 4 es:

a) 1/4 **b)** 1/2 **c)** 5/20 **d)** 5/10

20. Si dos eventos A y B son tales que $P(A|B) = P(A)$, entonces:

a) A y B son mutuamente excluyentes **b)** A y B son independientes **c)** $A \subseteq B$ **d)** $P(B) = 0$

21. En una urna hay 8 bolas numeradas del 1 al 8. Se extrae una bola. La probabilidad de que sea un número primo es:

a) 3/8 **b)** 4/8 **c)** 1/2 **d)** 5/8

22. Si $P(A') = 0.3$ (donde A' es el complemento de A), entonces $P(A)$ es:

a) 0.3 **b)** 0.7 **c)** 1.3 **d)** -0.3

23. Se lanzan tres monedas. La probabilidad de obtener exactamente dos caras es:

a) 1/8 **b)** 3/8 **c)** 1/4 **d)** 1/2

24. En un juego, la probabilidad de ganar es 1/3. Si juegas 2 partidas independientes, la probabilidad de ganar exactamente una es:

a) 2/9 **b)** 4/9 **c)** 1/3 **d)** 2/3

25. Una caja contiene 5 bolas rojas, 3 azules y 2 verdes. Se extrae una bola al azar. La probabilidad de que NO sea azul es:

a) 3/10 **b)** 7/10 **c)** 2/5 **d)** 1/2

26. Si A y B son eventos independientes con P(A) = 0.6 y P(B) = 0.7, entonces P(A ∪ B) es:

a) 1.3 **b)** 0.88 **c)** 0.42 **d)** 0.1

27. Se extrae una carta de una baraja. Dado que es una figura (J, Q, K), la probabilidad de que sea un rey es:

a) 1/13 **b)** 1/4 **c)** 1/3 **d)** 4/52

28. Dos eventos A y B tienen P(A) = 0.5, P(B) = 0.3, y P(A ∩ B) = 0.1. ¿Son independientes?

a) Sí, porque P(A ∩ B) ≠ 0 **b)** No, porque P(A ∩ B) ≠ P(A)×P(B) **c)** Sí, porque P(A ∩ B) = P(A)×P(B) **d)** No se puede determinar

29. Un dado se lanza hasta obtener un 6. La probabilidad de necesitar exactamente 3 lanzamientos es:

a) $(5/6)^2 \times (1/6)$ **b)** $(1/6)^3$ **c)** 3×(1/6) **d)** 1/6

30. En una población, 30% tiene ojos azules y 20% tiene cabello rubio. Si estos rasgos son independientes, el porcentaje con ojos azules Y cabello rubio es:

a) 50% **b)** 6% **c)** 10% **d)** 44%

31. Se extraen 2 cartas sin reposición de una baraja. La probabilidad de que la segunda sea un as, dado que la primera fue un as, es:

a) 4/52 **b)** 3/51 **c)** 1/13 **d)** 3/52

32. Los eventos "llueve" y "no llueve" son:

a) Independientes **b)** Dependientes **c)** Mutuamente excluyentes y exhaustivos **d)** Condicionales

33. En un grupo, 40% son hombres. Entre los hombres, 60% usa lentes. La probabilidad de seleccionar un hombre que use lentes es:

a) 1.0 **b)** 0.24 **c)** 0.6 **d)** 0.4

34. Se lanza un dado dos veces. La probabilidad de que el segundo resultado sea mayor que el primero es:

a) 15/36 **b)** 1/2 **c)** 21/36 **d)** 1/6

35. Si $P(A|B) = 0.8$, $P(B) = 0.25$, y $P(A|B') = 0.3$, entonces $P(A)$ es:

a) 0.425 **b)** 0.2 **c)** 0.525 **d)** 0.8

36. Una urna tiene 6 bolas blancas y 4 negras. Se extraen 3 bolas sin reposición. La probabilidad de que todas sean blancas es:

a) 1/6 **b)** 216/1000 **c)** 20/120 **d)** 6/120

37. En una fábrica, 5% de los productos son defectuosos. Si se seleccionan 2 productos independientemente, la probabilidad de que ambos sean defectuosos es:

a) 0.1 **b)** 0.0025 **c)** 0.025 **d)** 0.05

38. Al lanzar 3 dados, la probabilidad de que al menos uno muestre 6 es:

a) 1/6 **b)** 3/6 **c)** 91/216 **d)** 125/216

39. Si $P(A \cup B) = 0.8$, $P(A) = 0.5$, y A y B son mutuamente excluyentes, entonces $P(B)$ es:

a) 0.3 **b)** 0.5 **c)** 0.8 **d)** No es posible

40. En un mazo de cartas, se extrae una carta. La probabilidad de que sea roja O sea un as es:

a) 28/52 **b)** 26/52 **c)** 30/52 **d)** 4/52

41. Dos tiradores independientes tienen probabilidades 0.7 y 0.8 de dar en el blanco. La probabilidad de que exactamente uno dé en el blanco es:

a) 0.56 **b)** 0.38 **c)** 0.06 **d)** 1.5

42. Se lanza una moneda 5 veces. La probabilidad de obtener exactamente 3 caras es:

a) 10/32 **b)** 3/5 **c)** 1/32 **d)** 5/32

43. En un hospital, 60% de los pacientes son mujeres. Entre las mujeres, 30% tiene más de 50 años. La probabilidad de seleccionar una mujer mayor de 50 años es:

a) 0.9 **b)** 0.18 **c)** 0.5 **d)** 0.3

44. Si se extraen 2 cartas con reposición de una baraja, la probabilidad de obtener 2 ases es:

a) 2/52 **b)** 1/169 **c)** 4/52 **d)** 16/2704

45. Los eventos A y B satisfacen P(A) = 0.4, P(B|A) = 0.6, y P(B|A') = 0.3. Entonces P(B) es:

a) 0.42 **b)** 0.24 **c)** 0.18 **d)** 0.9

46. En una lotería, la probabilidad de ganar es 1/1000. Si compras 3 boletos independientes, la probabilidad de ganar al menos una vez es aproximadamente:

a) 3/1000 **b)** 0.003 **c)** 1/1000 **d)** 0.997

47. Se selecciona un estudiante al azar. La probabilidad de que estudie inglés es 0.7, francés 0.4, y ambos 0.2. La probabilidad de que estudie inglés O francés es:

a) 1.1 **b)** 0.9 **c)** 0.28 **d)** 0.3

48. Una caja tiene 12 bolas: 5 rojas, 4 azules, 3 verdes. Se extraen 2 bolas sin reposición. La probabilidad de que sean de diferente color es:

a) 47/66 **b)** 19/66 **c)** 1/2 **d)** 38/66

49. Si P(A ∩ B ∩ C) para tres eventos independientes es 0.024, y P(A) = P(B) = P(C), entonces P(A) es:

a) 0.4 **b)** 0.2 **c)** 0.6 **d)** 0.008

50. En un juego, tienes 3 oportunidades independientes de ganar, cada una con probabilidad 1/4. La probabilidad de no ganar ninguna vez es:

a) 3/4 **b)** 27/64 **c)** 37/64 **d)** 1/64

Solucionario

1. b) 1/2

Números menores que 4: {1, 2, 3} = 3 casos favorables de 6 totales = 3/6 = 1/2

2. b) 0.12

Eventos independientes: P(A ∩ B) = P(A) × P(B) = 0.3 × 0.4 = 0.12

3. b) 1/2

Probabilidad condicional. Cartas rojas: 26. Corazones: 13. P(corazón|roja) = 13/26 = 1/2

4. c) Mutuamente excluyentes

No pueden ocurrir simultáneamente (un número no puede ser par e impar a la vez)

5. b) 1/2

Resultados posibles: CC, CS, SC, SS. Exactamente una cara: CS, SC = 2/4 = 1/2

6. b) 4/7

Sin reposición: quedan 7 bolas, 4 rojas. P = 4/7

7. b) 1.0

Mutuamente excluyentes: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = 0.6 + 0.4 = 1.0$

8. c) 6/216

6 formas (111, 222, 333, 444, 555, 666) de $6^3 = 216$ totales

9. b) 0.4

$P(A \cap B) = P(A|B) \times P(B) = 0.8 \times 0.5 = 0.4$

10. b) 0.8

$P(M \cup F) = P(M) + P(F) - P(M \cap F) = 0.6 + 0.4 - 0.2 = 0.8$

11. d) Ninguna de las anteriores

Pueden ocurrir juntos (as rojo), pero no son independientes

12. b) 0.12

Eventos independientes: P(ambos días) = 0.3 × 0.4 = 0.12

13. b) 1/3

P = (6/10) × (5/9) = 30/90 = 1/3

14. b) 3/7

$P(B|A) = P(A \cap B)/P(A) = 0.3/0.7 = 3/7$

15. a) 1/6

Suma 7: (1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1) = 6 casos de 36 = 1/6

16. b) 0.2

$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0.4 + 0.5 - 0.7 = 0.2$

17. a) 9/64

Binomial: $C(3,2) \times (1/4)^2 \times (3/4)^1 = 3 \times 1/16 \times 3/4 = 9/64$

18. a) 15/16

P(al menos una cara) = 1 - P(todas sellos) = $1 - (1/2)^4 = 15/16$

19. b) 1/2

Pares: {2,4,6,8,10,12,14,16,18,20}. Divisibles por 4: {4,8,12,16,20}. P = 5/10 = 1/2

20. b) A y B son independientes

Si $P(A|B) = P(A)$, entonces A y B son independientes

21. b) 4/8

Primos del 1 al 8: {2,3,5,7} = 4 números. P = 4/8 = 1/2

22. b) 0.7

$P(A) + P(A') = 1$, entonces $P(A) = 1 - 0.3 = 0.7$

23. b) 3/8

$C(3,2) \times (1/2)^3 = 3 \times 1/8 = 3/8$

24. b) 4/9

P(ganar exactamente una) = $P(G)\times P(P') + P(P)\times P(G) = (1/3)\times(2/3) + (2/3)\times(1/3) = 4/9$

25. b) 7/10

No azul = rojas + verdes = 5 + 2 = 7 de 10 total

26. b) 0.88

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.6 + 0.7 - (0.6\times0.7) = 0.88$

27. c) 1/3

Figuras: 12 (J,Q,K de cada palo). Reyes: 4. P = 4/12 = 1/3

28. b) No, porque $P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$

$P(A) \times P(B) = 0.5 \times 0.3 = 0.15 \neq 0.1$

29. a) $(5/6)^2 \times (1/6)$

Fallar 2 veces y acertar en la tercera

30. b) 6%

Independientes: $0.3 \times 0.2 = 0.06 = 6\%$

31. b) 3/51

Quedan 3 ases de 51 cartas restantes

32. c) Mutuamente excluyentes y exhaustivos

No pueden ocurrir juntos y cubren todos los casos posibles

33. b) 0.24

P(hombre Y lentes) = P(hombre) × P(lentes|hombre) = 0.4 × 0.6 = 0.24

34. a) 15/36

Casos favorables: 15 de 36 totales (contando pares ordenados donde el segundo > primero)

35. a) 0.425

$P(A) = P(A|B) \times P(B) + P(A|B') \times P(B') = 0.8 \times 0.25 + 0.3 \times 0.75 = 0.425$

36. a) 1/6

$P = (6/10) \times (5/9) \times (4/8) = 120/720 = 1/6$

37. b) 0.0025

$(0.05)^2 = 0.0025$

38. c) 91/216

P(al menos un 6) = 1 - P(ningún 6) = $1 - (5/6)^3 = 1 - 125/216 = 91/216$

39. a) 0.3

Mutuamente excluyentes: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$, entonces $0.8 = 0.5 + P(B)$, $P(B) = 0.3$

40. a) 28/52

$P(\text{roja} \cup \text{as}) = P(\text{roja}) + P(\text{as}) - P(\text{roja} \cap \text{as}) = 26/52 + 4/52 - 2/52 = 28/52$

41. b) 0.38

$P(\text{exactamente uno}) = 0.7\times0.2 + 0.3\times0.8 = 0.14 + 0.24 = 0.38$

42. a) 10/32

$C(5,3) \times (1/2)^5 = 10 \times 1/32 = 10/32$

43. b) 0.18

$P = 0.6 \times 0.3 = 0.18$

44. b) 1/169

Con reposición: $(4/52)^2 = 16/2704 = 1/169$

45. a) 0.42

$P(B) = P(B|A)\times P(A) + P(B|A')\times P(A') = 0.6\times0.4 + 0.3\times0.6 = 0.42$

46. b) 0.003

$P(\text{al menos una}) \approx 3 \times (1/1000) = 0.003$ para probabilidades pequeñas

47. b) 0.9

$P(I \cup F) = 0.7 + 0.4 - 0.2 = 0.9$

48. a) 47/66

$P(\text{mismo color}) = P(RR) + P(AA) + P(VV) = (5\times4)/(12\times11) + (4\times3)/(12\times11) + (3\times$